

Testatreihe 5A

Testat 12(II). Man integriere das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y, z) = (0, 0, 1 - y)$$

über das Dreieck mit den Ecken

$$P = (-1, -1, 1)$$

$$Q = (0, 0, 0)$$

$$R = (-1, -2, 2)$$

Das Dreieck soll so orientiert werden, dass sich P von Q aus gesehen links von R befindet.

Lösung: -1

Testat 13(II). Man berechne die Oberfläche der durch $(t, f(t) \cos(\phi), f(t) \sin(\phi))$ mit $0 \leq t \leq \infty$ und $0 \leq \phi \leq g(t)$ parametrisierten Fläche im \mathbb{R}^3 , wobei f und g durch

$$f(t) = 4 + 2 \cdot \cosh\left(\frac{t}{2}\right)$$

$$g(t) = \exp(-2 \cdot t)$$

gegeben sind

Lösung: $\frac{33}{10}$

Testat 1(III). Finden Sie jeweils die stärkste Aussage, die auf die nachfolgenden Funktionen f zutrifft.

A f ist auf ganz \mathbb{C} holomorph.

B f ist auf \mathbb{C} bis auf eine diskrete Teilmenge holomorph.

C f ist auf einer dichten Teilmenge von \mathbb{C} holomorph.

Dabei ist es auch möglich, dass keine der Aussagen zutrifft.

$$f(z) = \exp(2 \arctan(5z)) + \cos(z)$$

$$f(z) = \tan(\bar{z}) + \tan(z)$$

$$f(z) = \log(1 + z^2) - \tan(z)$$

Lösung: C,X,C

Testat 2(III). Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5 + e^{2n^2}) \cdot z^{n^3}}{3 + n^{4n} \cdot e^{3n^3}}$$

Lösung: e^3

Testat 3(III). Man berechne das Kurvenintegral von

$$(-4 \cdot i \cdot \Re(z) + (4 + 4 \cdot i) \cdot \Im(z) - 3 + 4 \cdot i) dz$$

entlang folgender Kurve: Der Viertelkreis mit Mittelpunkt 0 von 1 nach i .

Lösung: $-3 - 3 \cdot i - i \cdot \pi$.

Testat 4(III) Entscheiden Sie, ob die folgenden Funktionen an den angegebenen Stellen eine hebbare Singularität (H), eine nicht-isolierbare Singularität (N), eine wesentliche Singularität (W) oder eine Polstelle (P) haben.

$$\arctan(z - 2i) + \frac{1}{\sin(z)}, \quad z = 0$$

$$\cos(\tan(z)) + \log(1 + z^2), \quad z = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{e^z - e^{-z}}{z + z^2}, \quad z = 0$$

Lösung: N, W, H

Testat 5(III). Berechnen Sie das Residuum der Funktion

$$\frac{\sin(4z) + 5 \cdot z - 3}{2 \cdot \sin(3z)}$$

an der Stelle 0.

Lösung: $-\frac{1}{2}$.

Testat 6(III). Integrieren Sie

$$\frac{\exp(z^2)}{(z^4 - z^3 - 2 \cdot z^2 - 4 \cdot z - 24)} dz$$

entlang der folgenden Kurve: Der Kreis mit Radius 3 und Mittelpunkt -1 , mathematisch positiv durchlaufen.

Lösung: $-\frac{e^{4 \cdot \pi \cdot i}}{20} + \frac{e^{-4 \cdot \pi \cdot i}}{52}$.

Testat 7(III). Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihenentwicklung der Funktion

$$\frac{(z^4 - 2 \cdot z^3 - 11 \cdot z^2 + 12 \cdot z + 36) \cdot (\sin(z) - \cos(z))}{(\sqrt{3} \cdot \sin(z) - \cos(z))}$$

im Nullpunkt.

Lösung: $\frac{\pi}{6}$.

Testat 8(III). Berechnen Sie

$$\int_0^\infty \frac{(3 \cdot t + 1) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 11 \cdot t^3 + 41 \cdot t^2 + 61 \cdot t + 30)} dt.$$

Lösung: $-\frac{5 \cdot \sqrt{2} \pi}{3} + 2 \cdot \sqrt{3} \pi - \frac{7 \cdot \sqrt{5} \pi}{12} + \frac{\pi}{4}$.

Testat 9(III). Berechnen Sie

$$\int_0^\infty \frac{(3 \cdot t) \cdot \sqrt{t}}{(t^4 + 11 \cdot t^3 + 43 \cdot t^2 + 69 \cdot t + 36)} dt.$$

Lösung: $\frac{9\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{31\pi}{4}$.